



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

TESI DI LAUREA IN FISICA DI PRIMO LIVELLO

Parametri fisici dell'acustica ambientale

RELATORE
PROF. ANDREA PEREGO

LAUREANDO
DONATO MASCI

Anno Accademico 2007–2008

Indice

Introduzione	3
Capitolo 1: Parametri fisici dell'acustica ambientale	5
1.1: Pressione, energia e intensità acustica	5
1.1.1: Livelli sonori	6
1.2: Riverberazione	7
1.3: Assorbimento del suono	7
1.4: Tempo di riverberazione, Reverberation Time (RT60)	8
1.4.1: Tempo di riverberazione ottimale per un ambiente chiuso	9
1.5: Early Decay Time (EDT)	11
1.6: Criteri energetici	12
1.6.1: Indice di definizione (Definition - D50)	12
1.6.2: Indice di chiarezza (Clarity - C80)	12
1.6.3: ST1	13
1.7: Parametri di intelligibilità	13
Capitolo 2: Metodi di misura	15
2.1: Decadimento del rumore stazionario interrotto	16
2.2: Tecniche impulsive	17
2.2.1: Concetti base delle tecniche impulsive	17
2.2.2: Misura della funzione di trasferimento	19
2.2.3: Misura della risposta all'impulso con sequenze MLS	20
2.2.4: Misura della risposta all'impulso con sine-sweep	22
2.3: Risposta all'impulso e tempo di riverberazione	23
Capitolo 3: Esempio di misura del tempo di riverberazione	25
3.1: Apparecchiature di misura	25
3.2: Esecuzione della misura	25

3.3: Elaborazione dati	27
3.4: Confronto con la formula di Sabine	28
Appendice	29
A.1: La derivazione della formula di Sabine	29
A.2: Trasformata di Fourier, convoluzione e correlazione	31
A.2.1: Trasformata di Fourier	31
A.2.2: Convoluzione	31
A.2.3: Convoluzione e risposta all'impulso	31
A.2.4: Correlazione e autocorrelazione	32
A.2.5: Trasformata di Fourier Discreta (DFT)	32
A.2.6: Convoluzione di sequenze	33
A.2.7: Risposta all'impulso nel caso discreto	33
A.2.8: Correlazione e autocorrelazione di sequenze	34
A.3: Le sequenze MLS	34
A.3.1: Sequenze e polinomi primitivi	34
A.3.2: Generazione di una sequenza MLS	35
A.3.3: Proprietà delle sequenze MLS	35
Bibliografia	39

Introduzione

L'acustica ambientale è la scienza che studia la propagazione del suono in locali chiusi o comunque in presenza di oggetti capaci di causare effetti significativi di assorbimento e riflessione. Ha le sue origini nelle civiltà antiche, in cui si è sviluppata in modo empirico allo scopo di realizzare ambienti dove il suono, musica o parola, potesse diffondersi ed essere recepito con chiarezza dagli ascoltatori. L'acustica ambientale ed architettonica come scienza è nata nel XIX secolo con gli studi di Sabine¹ sui fenomeni della riverberazione e assorbimento del suono applicati alla progettazione e correzione acustica di teatri e sale da concerto.

Questo lavoro si concentra sui parametri fisici attualmente usati come stimatori di qualità nella progettazione di ambienti acusticamente efficienti per la diffusione di musica e parlato, e sui metodi per la loro determinazione sperimentale.

Nel primo capitolo richiameremo le definizioni delle grandezze fisiche acustiche fondamentali, oggetto di misura diretta; introdurremo poi il fenomeno della riverberazione ed assorbimento del suono. Successivamente presenteremo i parametri fisici dell'acustica ambientale, iniziando dal tempo di riverberazione, che storicamente è stato il primo ad essere utilizzato ed anche oggi è uno dei più significativi, accennando alle problematiche legate all'individuazione dei valori ottimali di questo parametro in funzione delle dimensioni e dell'uso di un ambiente. Il capitolo si concluderà con la presentazione dei parametri legati ai cosiddetti criteri energetici (Chiarezza, Definizione, ST1) e a quelli di intelligibilità (STI, RASTI).

Nel secondo capitolo passeremo ad occuparci della misura dei parametri già esposti. Dopo un breve accenno alla strumentazione che si utilizza nel contesto, illustreremo alcune tecniche di misura. Introdurremo la misura del decadimento del rumore stazionario interrotto, che ricalca il procedimento di Sabine per la determinazione del tempo di riverberazione, e ci soffermeremo sulle tecniche cosiddette "impulsive", che, attraverso l'uso di opportuni segnali di prova e l'elaborazione del suono raccolto, mirano a determinare la risposta dell'ambiente a un suono impulsivo (risposta all'impulso, o IR). Da questa quindi si può ricavare la risposta dell'ambiente a uno stimolo qualunque e si possono dedurre i valori del tempo di riverberazione e degli altri parametri di qualità. Ci occuperemo in particolare, come segnali di prova, delle sequenze pseudo-casuali MLS e dei segnali modulati in frequenza (*sine-sweep*).

Nel capitolo conclusivo mostreremo, a puro scopo illustrativo, una misura di tempo di riverberazione effettuata in un locale col metodo dei segnali modulati, utilizzando una strumentazione non professionale che avevamo a disposizione.

¹ *Wallace Clement Sabine* (13 giugno 1868 - 10 gennaio 1919), professore di Fisica ad Harvard.

1. Parametri fisici dell'acustica ambientale

I parametri di qualità comunemente usati nella progettazione e correzione di ambienti acusticamente efficienti sono legati alla riverberazione (*Reverberation Time* **RT60**, *Early Decay Time* **EDT**) e a criteri energetici (*Clarity* **C50**, **C80**, *Definition* **D50** e **ST1**). A questi si aggiungono, per le applicazioni che lo richiedano, i parametri di intelligibilità del parlato: *Speech Transmission Index* **STI**, *Rapid Speech Transmission Index* **RASTI**).

1.1 Pressione, energia e intensità acustica

La **pressione acustica** p è definita come lo scostamento della pressione attorno al suo valore di equilibrio, rappresentato generalmente dalla pressione atmosferica¹. Essa varia nel tempo assumendo valori positivi e negativi; quando, come nel nostro caso, siamo interessati a fenomeni che riguardano l'udito umano, si considerano situazioni in cui, come ordine di grandezza, $|p| < 10$ Pa e si limita il campo di frequenze fra 20 e 20000 Hz. Spesso poi si desidera avere una misura del "volume" sonoro medio su un tempo T molto maggiore della durata di una singola oscillazione: per questo scopo si può utilizzare il valore efficace della pressione sonora:

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt} \quad (1.1.1)$$

In acustica solitamente si esprime il livello sonoro in dB SPL² che è proprio la misura logaritmica della pressione sonora rms³ di un suono rispetto ad un valore di riferimento⁴ (vedi oltre).

L'**intensità acustica** I è definita come l'energia che nell'unità di tempo attraversa in direzione normale un'unità di superficie. Nel caso di onde piane in un mezzo elastico non viscoso, si ottiene:

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho \cdot c} \quad (1.1.2)$$

dove ρ è la densità del mezzo e c la velocità del suono nel mezzo.

La **densità di energia sonora** D è definita come l'energia acustica per unità di volume che caratterizza lo stato del mezzo acustico in un certo istante:

$$D(t) = \frac{E(t)}{V} \quad (1.1.3)$$

¹ La pressione atmosferica normale, o standard, è quella misurata alla latitudine di 45°, al livello del mare e ad una temperatura di 15°C, che corrisponde ad una colonna di mercurio di 760 mm oppure 101325 Pa.

² *Sound Pressure Level*, livello di pressione sonora.

³ *Root Mean Square*: radice della media dei quadrati.

⁴ Tipicamente 20μPa.

e per le onde piane in un mezzo elastico non viscoso:

$$D = \frac{p_{eff}^2}{\rho \cdot c^2} = \frac{I}{c} \quad (1.1.4)$$

La **potenza sonora** W è definita come la potenza trasmessa dalla sorgente al mezzo elastico. Per onde piane in mezzi in quiete non viscosi vale:

$$W = I \cdot S = D \cdot c \cdot S \quad (1.1.5)$$

dove S è la superficie attraverso cui la potenza si trasmette. La relazione tra l'intensità acustica e la potenza sonora è quella su cui si basano alcuni dei metodi di misura della potenza sonora delle sorgenti. Tali metodi sono descritti nelle normative della serie ISO 3740⁵ e UNI EN ISO 9614⁶.

1.1.1 Livelli sonori

Dato che l'ampiezza delle grandezze acustiche caratteristiche varia su molti ordini di grandezza, si utilizza solitamente una scala logaritmica nella quale, al valore della grandezza in esame, si fa corrispondere dieci volte il logaritmo (in base 10) del rapporto tra quello stesso valore ed un prefissato valore di riferimento (scala dei dB, decibel). In particolare, per le grandezze già definite si ha:

$$L_p = 10 \cdot \log \frac{p_{eff}^2}{p_{rif}^2} = 20 \cdot \log \frac{p_{eff}}{p_{rif}} \quad \text{livello di pressione} \quad (1.1.7)$$

$$L_I = 10 \cdot \log \frac{I}{I_{rif}} \quad \text{livello di intensità} \quad (1.1.8)$$

$$L_W = 10 \cdot \log \frac{W}{W_{rif}} \quad \text{livello di potenza} \quad (1.1.9)$$

I rapporti tra le grandezze prese in esame e quelle di riferimento sono adimensionali e costruiti in modo da avere lo stesso andamento dei rapporti di energia del segnale sonoro: proprio per questo motivo nell'espressione di L_p le pressioni compaiono elevate al quadrato.

I valori di riferimento, riportati nella normativa UNI EN 21683⁷, sono stati scelti in maniera tale che in campo libero il livello di pressione (espresso in dB) risulti uguale a quello di intensità. In particolare si ha che:

$$p_{rif} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa} \quad I_{rif} = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad W_{rif} = 10^{-12} \text{ W} \quad D_{rif} = 10^{-12} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \quad (1.1.10)$$

⁵ ISO 3740, (2000), Acoustics – Determination of sound power levels of noise sources.

⁶ UNI EN ISO 9614, (1997), Acustica – Determinazione dei livelli di potenza sonora delle sorgenti di rumore mediante il metodo intensimetrico.

⁷ UNI EN 21683, (1995), Acustica – Grandezze di riferimento preferite per i livelli acustici.

1.2 Riverberazione

Il fenomeno fisico acustico della riverberazione descrive la persistenza del suono dopo che la sorgente sonora ha cessato di vibrare. È causato dalla riflessione continuata delle onde sonore sulle superfici dell'ambiente in cui si propagano.

La riverberazione è una vibrazione con smorzamento: si consideri che, in ogni riflessione⁸, l'intensità del suono venga ridotta di un fattore $x < 1$. Dopo N riflessioni l'intensità risulterà diminuita di un fattore x^N . Sia ΔT l'intervallo di tempo medio tra due riflessioni consecutive, allora l'intensità all'istante t sarà:

$$I = I_0 x^{t/\Delta T} = I_0 e^{-t/\tau} \quad (1.2.1)$$

dove $\tau = -\Delta T/\log(x)$ è un tempo caratteristico dell'ambiente, che dipende dalla sua geometria (che influenza l'intervallo Δt) e dai materiali con cui sono rivestite le sue superfici (che influenzano x).

Il suono riverberato ha quindi, generalmente, un andamento esponenziale decrescente. Il suono riflesso, rispetto a quello diretto, giunge con un ritardo che dipende dalla distanza tra le pareti ed il punto di ascolto; la durata totale del riverbero ed il suo comportamento in frequenza dipendono invece dalle dimensioni dell'ambiente e dalla proprietà di assorbimento sonoro delle sue superfici.

1.3 Assorbimento del suono

L'assorbimento del suono è un processo in cui l'energia associata alla vibrazione acustica dell'aria si trasferisce in energia interna (con aumento di temperatura) ed energia meccanica di vibrazione macroscopica dei materiali su cui il suono incide.

Il coefficiente di assorbimento del suono α di un materiale è definito come la frazione di energia persa dalle onde propagantesi, dopo una singola riflessione dal materiale stesso⁹:

$$\alpha = \frac{\text{Energia Persa}}{\text{Energia Incidente}} \quad (1.3.1)$$

α è una costante adimensionale e può assumere valori compresi tra 0 ed 1. I materiali con $\alpha = 0$ sono chiamati “riflettori perfetti”, quelli con $\alpha = 1$ “assorbitori perfetti”¹⁰.

Nel trattare l'acustica ambientale si usa definire la grandezza fisica chiamata **assorbimento (acustico)** di una superficie, che viene determinata come il prodotto della superficie stessa per il suo coefficiente di assorbimento:

$$A = S \cdot \alpha \quad (1.3.2)$$

L'unità di misura per l'assorbimento è il sabin¹¹.

⁸ Si sta trascurando l'assorbimento dell'aria, di cui si parlerà successivamente.

⁹ HALL 1993.

¹⁰ Il coefficiente di assorbimento acustico dipende anche dall'angolo di incidenza dell'onda sonora rispetto alla parete. In generale per alcuni materiali cosiddetti “localmente reagenti” (ad esempio quelli porosi), l'assorbimento si può considerare costante salvo che per incidenza radente, dove l'assorbimento tende sempre a zero.

¹¹ Dimensionalmente si tratta di una superficie; quando questa è misurata in m^2 si parla di “sabin metrici”.

Si introduce poi il concetto di **assorbimento totale** di un ambiente chiuso con pareti di diversi materiali come somma degli assorbimenti:

$$A = S_1\alpha_1 + S_2\alpha_2 + \dots + S_n\alpha_n = \Sigma S_i\alpha_i \quad (1.3.3)$$

dove S_i è l'area di una superficie e α_i il coefficiente di assorbimento relativo alla superficie S_i .

Infine \bar{a} , il **coefficiente di assorbimento medio** di un ambiente chiuso, è espresso da:

$$\bar{a} = \frac{A}{S} \quad (1.3.4)$$

1.4 Tempo di riverberazione, Reverberation Time (RT60)

Il tempo di riverberazione (RT60 - *Reverberation Time*) ad una data frequenza è il tempo necessario affinché la densità di energia sonora decresca di 60 dB dal valore originario (ossia 10^{-6} volte quello iniziale), dopo che la sorgente abbia cessato di vibrare.

Nel 1898 il fisico statunitense Wallace C. Sabine, chiamato a correggere l'acustica del Fogg Art Museum¹² che soffriva di eccessiva riverberazione (il parlato era, infatti, incomprensibile a tutti gli ascoltatori tranne a quelli seduti nelle prime file), scoprì una relazione di tipo approssimato che intercorre tra il tempo di riverberazione di una stanza, le sue dimensioni e le sue caratteristiche di assorbimento del suono. Secondo la **legge di Sabine**, il tempo di riverberazione $RT60$ è direttamente proporzionale al volume e inversamente proporzionale all'assorbimento totale dell'ambiente:

$$RT60 = 0.161 \frac{V}{A} \quad (1.4.1)$$

dove V è il volume dell'ambiente in m^3 , A l'assorbimento totale del suono (in sabin metrici ossia m^2 equivalenti) e 0.161 è una costante¹³ (con dimensioni s/m).

La formula di Sabine è ancora largamente utilizzata per determinare i coefficienti di assorbimento dei materiali e per stimare l'RT60 negli ambienti chiusi, tuttavia essa presuppone alcune condizioni:

- Tutti i punti dell'ambiente devono essere caratterizzati dallo stesso tempo di riverberazione, ossia il decremento dell'energia sonora dev'essere il medesimo in tutti i punti (densità di energia costante da punto a punto). Questa ipotesi è sostanzialmente corretta solo se le tre dimensioni dell'ambiente non sono molto dissimili tra loro, e può perdere significato in ambienti di forma inusuale.
- Si considera nullo l'assorbimento acustico da parte dell'aria, che invece nella pratica può essere rilevante nei casi di grandi ambienti, specie alle alte frequenze.
- Si considera che il suono si attenui esattamente secondo il meccanismo del § 1.2, mentre ciò è vero solo approssimativamente, soprattutto nei primi istanti.

Negli anni successivi Sabine perfezionò i suoi studi, affrontando il complesso campo dell'individuazione dei tempi di riverberazione ottimali per i vari eventi acustici: risultò subito chiaro che il

¹² Fogg Art Museum, Harvard University (Cambridge, Massachusetts).

¹³ Vedi Appendice A.1.

parlato richiede meno riverberazione della musica, e che diversi generi musicali vengono valorizzati con ambienti adatti. Per Sabine il tempo di riverberazione è il parametro oggettivo fondamentale atto a caratterizzare acusticamente gli ambienti.

Il più autorevole tra i successivi tentativi di giungere ad una caratterizzazione più approfondita delle sale da concerto è stato fatto da Leo Beranek¹⁴ nel 1962 nell'opera *Music, Acoustics and Architecture*. In questo testo Beranek analizza dal punto di vista geometrico, studia la natura delle superfici interne, valuta i tempi di riverberazione e molte altre caratteristiche di cinquantaquattro tra le più importanti sale da concerto, prendendo in considerazione anche le opinioni di famosi direttori d'orchestra e addetti ai lavori (facendo compilare dettagliati questionari). In questo tentativo l'autore classifica le sale in varie categorie di qualità, utilizzando un punteggio che tiene conto di numerosi parametri oggettivi. Il tempo di riverberazione non è considerato l'unico dato fondamentale: ciò risulta dal fatto che le sei sale presenti nella più alta categoria di qualità hanno tempi di riverberazione nell'intervallo $1.7 \div 2.0$ s; quelle della successiva invece entro $1.2 \div 2.0$ s. Beranek conclude che altre proprietà positive possono compensare tempi di riverberazione non adeguati, fra queste la più importante è il tempo di ritardo fra il suono diretto e la prima forte riflessione, *Initial time delay gap* - ITDG (intervallo temporale di ritardo iniziale).

Il tempo di riverberazione è comunque, ad oggi, uno dei parametri più importanti per determinare la qualità di un ambiente sonoro: per questo la sua misura è oggetto di standard ISO descritti nella nota ISO 3382¹⁵.

1.4.1 Tempo di riverberazione ottimale per un ambiente chiuso

Per la migliore intelligibilità (sia della parola che della musica) si deve avere nel punto di ascolto un'intensità sonora sufficiente ed una dispersione temporale non eccessiva del suono emesso dalla sorgente. La riverberazione in questo contesto gioca un ruolo duplice: da un lato innalza l'intensità sonora rispetto a quella del solo suono diretto, ma dall'altro aumenta la dispersione temporale, che incide negativamente sulla comprensione dei passaggi musicali e dei fonemi del parlato. Il tempo di riverberazione dovrebbe quindi assumere un valore ottimale, in modo da offrire il miglior compromesso possibile.

Inoltre, questo valore cresce leggermente all'aumentare del volume della sala, per una determinata destinazione d'uso: l'organo uditivo umano, per ambienti più grandi, accetta un lieve peggioramento dell'intelligibilità in favore del livello sonoro; inoltre la sensazione soggettiva di maggiore vastità dell'ambiente che viene spontaneamente associata ad una coda sonora più lunga è in generale considerata gradevole dagli ascoltatori, tanto che il riverbero è uno degli "effetti" più comunemente aggiunti ai suoni creati per sintesi elettronica. Sono state proposte delle formule empiriche che forniscono una stima del tempo di riverberazione ottimale in funzione del volume dell'ambiente, nel caso della musica e del parlato:

$$RT60_{parlato} = 0.1 V^{1/3} \quad (1.4.2)$$

$$RT60_{musica} = 0.5 + 10^{-4} V \quad (1.4.3)$$

entrambe le relazioni forniscono il tempo di riverberazione ottimale in s se il volume della sala è espresso in m³.

Dal grafico riportato in figura 1.1 si nota anche che gli ambienti acustici destinati all'ascolto del parlato hanno valori ottimali di tempo di riverberazione più bassi di quelli della musica.

¹⁴ Leo Leroy Beranek (15 maggio 1914 —), professore al MIT.

¹⁵ ISO 3382, (1997), Acoustics – Measurement of the reverberation time of rooms with reference to other acoustical parameters.

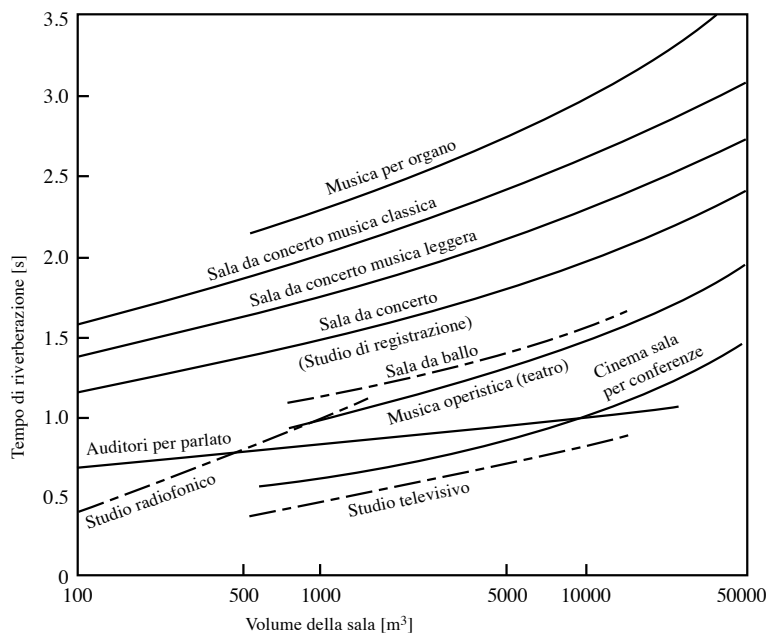


Fig. 1.1. Tempi di riverberazione ottimali in funzione delle tipologie e dimensioni degli ambienti acustici. (da DAVIDE FOPPIANO, *Dispense di Fisica Tecnica, Facoltà di Architettura Università di Genova.*)

Solitamente, soprattutto nello studio di grandi auditori, si usa determinare l'andamento del valore del tempo di riverberazione in funzione della frequenza. Secondo alcuni esperti¹⁶ tale andamento dovrebbe essere contenuto all'interno della fascia evidenziata in figura 1.2. Seguendo questo criterio si ammette che il tempo di riverberazione alle frequenze più basse possa quasi raddoppiare rispetto al valore corrispondente a 500 Hz; altri esperti invece affermano che il tempo di riverberazione ottimale debba risultare il più possibile uniforme per tutte le frequenze utili dello spettro.

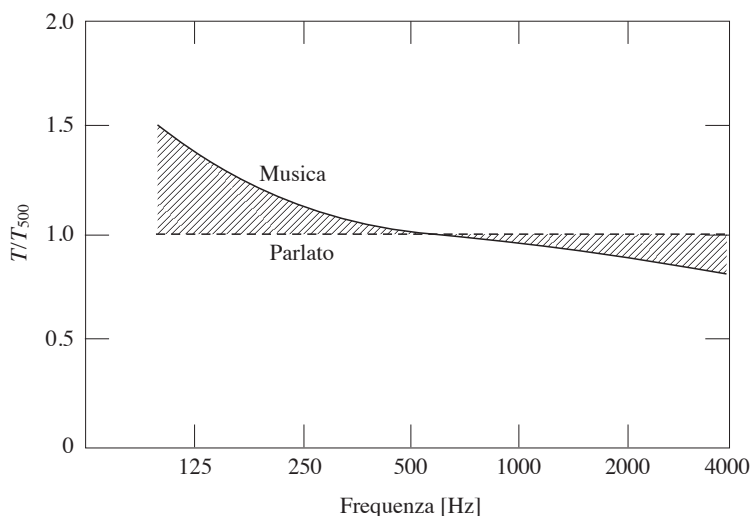


Fig. 1.2. Limiti in frequenza dei tempi di riverberazione ottimali. Sull'asse delle ordinate si trova il rapporto tra il tempo di riverberazione alla determinata frequenza rispetto a quello a 500 Hz (da KINSLER, *Fundamentals of Acoustics 4ª ed.*).

¹⁶ KINSLER 2000.

Nella tabella di figura 1.3 possiamo vedere alcuni valori di RT60 relativi a importanti sale acusticamente efficienti.

Sala	$V/10^3$ [m ³]	$S/10^3$ [m ²]	Tempo di riverber. [s] a varie frequenze [Hz]							Prima riflessione [ms]	Posti
			125	250	500	1000	2000	4000			
Gerusalemme, Binyanei Ha'oomah	24.7	2.4	2.2	2.0	1.75	1.75	1.65	1.5	13-26	3100	
New York, Carnegie Hall (pre-rest.)	24.3	2.0	1.8	1.8	1.8	1.6	1.6	1.4	16-23	2800	
Boston, Symphony Hall	18.7	1.6	2.2	2.0	1.8	1.8	1.7	1.5	7-15	2600	
Amsterdam, Concertgebouw	18.7	1.3	2.2	2.2	2.1	1.9	1.8	1.6	9-21	2200	
Glasgow, St. Andrew's Hall	16.1	1.4	1.8	1.8	1.9	1.9	1.8	1.5	8-20	2100	
Philadelphia, Academy of Music	15.7	1.7	1.4	1.7	1.45	1.35	1.25	1.15	10-19	3000	
Bristol, Colston Hall	13.5	1.3	1.85	1.7	1.7	1.7	1.6	1.35	6-14	2200	
Bruxelles, Palais des Beaux Arts	12.5	1.5	1.9	1.75	1.5	1.35	1.25	1.1	4-23	2200	
Göteborg, Konzerthus	11.9	1.0	1.9	1.7	1.7	1.7	1.55	1.45	22-23	1400	
Lipsia, Neues Gewandhaus	10.6	1.0	1.5	1.6	1.55	1.55	1.35	1.2	6-8	1600	
Basilea, Stadt-Casino	10.5	0.9	2.2	2.0	1.8	1.6	1.5	1.4	6-16	1400	
Cambridge (Mass.), Kresge Auditorium	10.0	1.0	1.65	1.55	1.5	1.45	1.35	1.25	10-15	1200	
Buenos Aires, Teatro Colon	20.6	2.1	—	—	1.7	—	—	—	13-19	2800	
New York, Metropolitan Opera	19.5	2.6	1.8	1.5	1.3	1.1	1.0	0.9	18-22	2800	
Milano, Teatro alla Scala	11.2	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.0	0.9	12-15	2500	

Fig. 1.3. Tempi di riverberazione alle varie frequenze di alcune sale da concerto (da KINSLER, *Fundamentals of Acoustics* 4^a ed.).

1.5 Early Decay Time (EDT)

Un altro parametro utile per determinare la qualità dell'acustica di un ambiente è l'EDT (*Early Decay Time*), definito come sei volte il tempo di riverberazione calcolato sui primi 10 dB del decadimento sonoro: è misurato tra 0 e -10 dB sotto il valore iniziale del livello sonoro e solitamente si ricava dallo stesso decadimento con le quali si misura l'RT60.

Il valore EDT è quindi paragonato al valore RT60: i due parametri dovrebbero essere identici in uno spazio in cui il campo di pressione acustica è fortemente diffuso, dove il decadimento è completamente lineare¹⁷. Nella maggior parte dei casi i valori di EDT sono inferiori a quelli dell'RT60 e l'entità della discrepanza costituisce un buon giudizio dell'imperfetta diffusione locale. Un'altra differenza tra i due parametri è che in generale l'EDT varia più velocemente con lo spostarsi del punto di misura. L'idea di limitare la dinamica della misura di RT a 10 dB viene dal fatto che, durante una *performance* musicale, l'orecchio umano riesce raramente a sentire un decadimento sonoro di una dinamica superiore; l'EDT viene quindi utilizzato perché prende in considerazione l'effetto dei primi riflessi sonori e, soprattutto, è più vicino alla percezione soggettiva della riverberazione¹⁸. Inoltre l'EDT è collegato ad altre sensazioni come, ad esempio, la chiarezza degli attacchi e la loro intensità: questo parametro ha dimostrato di essere meglio correlato con le sensazioni psicoacustiche soggettive.

¹⁷ ATAL 1966.

¹⁸ BARRON 1998.

1.6 Criteri energetici

L'organo uditivo umano non riesce a distinguere separatamente suoni che si verificano molto ravvicinati nel tempo (circa 50 ms per il parlato; 80 ms per la musica) e considera le riflessioni come parte del suono diretto: le prime riflessioni che giungono all'orecchio umano entro $50 \div 80$ ms dal suono diretto, oltre a non essere percepite singolarmente, sono effettivamente fuse con il suono diretto stesso.

L'energia che arriva prima dei 50 ms¹⁹ si chiama **energia utile** perché i contributi delle riflessioni che giungono entro questo tempo si aggiungono (e così enfatizzano) il suono diretto, mentre l'energia che arriva dopo prende il nome di **energia inutile** o **dannosa** perché, oltre a non enfatizzare, può creare disturbi alla percezione sonora.

1.6.1 Indice di definizione (Definition - D50)

L'**indice di definizione**²⁰ costituisce una misura di chiarezza con la quale l'ascoltatore recepisce il messaggio parlato: è un parametro di qualità ma è anche significativo per l'intelligibilità del parlato²¹: rappresenta il rapporto tra energia utile ed energia totale:

$$D50 = \frac{\text{Energia Utile}}{\text{Energia Totale}} \quad (1.6.1)$$

e si può calcolare con la seguente formula:

$$D50 = \frac{\int_{0ms}^{50ms} p^2(t) dt}{\int_{0ms}^{+\infty} p^2(t) dt} \quad (1.6.2)$$

dove $t = 0$ è l'istante in cui giunge l'impulso diretto. Gli ambienti acustici adatti per il parlato richiedono $D50 > 0.5$, mentre quelle adatte per l'esecuzione musicale $D50 < 0.5$.

1.6.2 Indice di chiarezza (Clarity - C80)

L'indice di chiarezza²² ha il fine di valutare la possibilità, per un ascoltatore, di percepire nitidamente note musicali suonate in rapida successione, nonché di distinguere chiaramente più note suonate simultaneamente da uno o più strumenti. *Clarity* è definito come il rapporto tra l'energia sonora ricevuta nei primi 80 ms dal suono diretto e quella che giunge successivamente, quindi è positivo quando l'energia utile è superiore all'energia inutile ed è un criterio strettamente legato alla *Definition*:

$$C80 = 10 \log \frac{D80}{1 - D80} = 10 \log \frac{\int_{0ms}^{80ms} p^2(t) dt}{\int_{80ms}^{+\infty} p^2(t) dt} \quad (1.6.3)$$

espresso in dB.

C80 è principalmente usato per la musica: interpreta sensazioni soggettive che riguardano la percezione della chiarezza degli attacchi, differenza tra le varie voci, trasparenza, localizzazione

¹⁹ Oppure 80 ms, a seconda che si tratti di *Clarity* o *Definition* 50 o 80, che sono due tempi standard differenti proprio per differenziare il caso del parlato da quello della musica.

²⁰ Chiamato anche *Early Energy Fraction*.

²¹ BRADLEY 1999.

²² Chiamato anche *Early-to-late Sound Index*.

della sorgente e definizione del suono. Valori di C80 attorno a 0 dB sono relativi ad ambienti acustici adatti per l'esecuzione della musica sinfonica, mentre per l'opera lirica dev'essere compreso tra $1 \div 4$ dB. I valori limite per la musica strumentale sono $-2 \div +2$ dB.

1.6.3 ST1

Anche questo parametro, il cui studio è utile per ambienti adibiti ad attività musicali, è definito con un rapporto di energie:

$$\text{ST1} = 10 \log \frac{\int_{10ms}^{100ms} p^2(t) dt}{\int_{0ms}^{10ms} p^2(t) dt} \quad (1.6.4)$$

espresso in dB. L'ST1 è un parametro²³ per la valutazione delle condizioni in cui si trovano ad operare gli artisti sul palco: descrive la facilità di udire gli altri membri dell'orchestra. Nella sua valutazione la distanza sorgente-ricevitore è assunta pari approssimativamente ad 1 m.

1.7 Parametri di intelligibilità

Alcuni dei parametri di qualità illustrati nelle sezioni precedenti possono essere anche buoni indici di riferimento per l'intelligibilità del parlato (*speech intelligibility*): se il tempo di riverberazione fa sì che le riflessioni acustiche e la riverberazione di una sillaba raggiungano quella successiva, risulterà più complessa l'identificazione della parola. Inoltre, se il livello sonoro della parola è troppo debole rispetto al rumore di fondo, l'intelligibilità risulterà troppo bassa a causa di questo effetto di mascheramento.

I coefficienti di chiarezza e definizione possono essere utilizzati per stimare l'intelligibilità della parola ma non prendono in considerazione il livello di rumore di fondo. Se l'ambiente acustico da esaminare ha una funzione strettamente legata all'utilizzo del parlato piuttosto che della musica, è essenziale analizzare la situazione con dei criteri specifici di intelligibilità come l'STI (*Speech Transmission Index*) e il RASTI (*RApid Speech Transmission Index*). Questi parametri ci permettono di misurare anche la "distanza critica" oltre la quale l'intelligibilità del parlato non è di qualità.

I valori di STI e RASTI variano da 0 a 1, dove il valore 0 indica nessuna intelligibilità ed il valore 1 dà un'intelligibilità totale. Per una stanza di dimensioni regolari, valori oltre 0.60 sono considerati buoni, sopra 0.75 eccellenti. Per la sale da conferenza con coefficienti di assorbimento che variano da $0.1 \div 0.4$, la distanza critica assume i valori tra $15 \div 20$ m.

²³ Fa parte della famiglia dei parametri chiamati *stage parameters* (parametri del palco).

2. Metodi di misura

Il tempo di riverberazione è stato storicamente il primo parametro utilizzato per quantificare le caratteristiche acustiche di un ambiente. La sua misura è ancora oggi una delle più significative per l'acustica architettonica, sia per la sua stessa importanza ma anche perché nella misura degli altri parametri (che abbiamo introdotto nel capitolo precedente) sorgono le stesse problematiche. Può essere effettuata con due modalità: con la tecnica della misura del livello sonoro dopo l'interruzione di un segnale continuo, che può essere un rumore a banda larga o stretta, oppure con tecniche che chiameremo "impulsive" perché tendono a determinare, generalmente in modo indiretto, la risposta dell'ambiente sotto studio ad un impulso sonoro "istantaneo" e possono avvalersi di differenti tipi di segnali ed algoritmi.

La definizione dell'RT60 deriva dalle misure di Sabine ed è legata al modo in cui si misurava il decadimento del suono, ossia con il solo organo uditivo umano. I 60 dB di decadimento (con cui è definito l'RT60) corrispondono infatti alla variazione di livello sonoro necessaria affinché il suono emesso non risulti più udibile per l'orecchio umano. La catena standard per la misura dei parametri dell'acustica ambientale prevede una serie di trasduttori (altoparlanti) per diffondere i segnali acustici di test nell'ambiente sotto esame ed altri per riprenderli (microfoni), nonché le apparecchiature per generare i segnali di test e per registrare l'uscita dei microfoni. Le strumentazioni più vecchie registravano su un nastro di carta la risposta dell'ambiente al segnale di test (solitamente una curva di decadimento): il segnale di trasduzione proveniente dal microfono era posto all'ingresso di un amplificatore differenziale il cui altro ingresso era connesso ad un potenziometro di precisione che era collegato meccanicamente alla penna scrivente. L'uscita dell'amplificatore differenziale controllava la penna scrivente che si muoveva su un rotolo di carta in cui era rappresentata già la scala appropriata su cui poter scrivere. Per stimare la pendenza della curva di decadimento si usava in genere uno speciale goniometro. Questo tipo di registratore ha rappresentato lo standard per le misure in acustica per molti anni ed affianca tuttora le strumentazioni più moderne in molte applicazioni. Con lo sviluppo delle tecnologie e delle strumentazioni digitali i sistemi di registrazione sono cambiati notevolmente, soprattutto negli ultimi dieci anni: i segnali di test in uscita (verso gli altoparlanti), generati in forma digitale, vengono convertiti con un DAC, mentre quelli in ingresso (dai microfoni) sono inviati ad un ADC, per poi essere registrati digitalmente su *hard disk*. Ciò nonostante, in molti laboratori sono ancora presenti alcuni dei vecchi registratori di livello B&K¹ per la loro robustezza e precisione.

La strumentazione per la misura dei parametri acustici di un ambiente è sempre stata sviluppata da poche aziende estremamente specializzate nel settore. Ciò è dovuto ai trasduttori da taratura che sono tuttora sicuramente gli elementi della catena di misura più specialistici e, per questo, più costosi. Tuttavia il forte incremento negli ultimi anni della potenza di calcolo dei computer (anche dei portatili *laptop*) e l'ottima qualità delle interfacce audio portatili (*USB2* e *FireWire*) hanno fatto sì che l'acquisizione di dati audio digitali sia oggi possibile per qualsiasi computer standard, avendo a disposizione i trasduttori necessari per la specifica situazione. Ciò ha influito nello sviluppo di *software* dedicati a questo tipo di misure, piuttosto che in quello di sistemi *hardware* completi. I primi programmi emulavano solamente le procedure già implementate nei precedenti sistemi *hardware* per misurare i parametri standard, come ad esempio il tempo di riverberazione. Successivamente sono stati sviluppati altri programmi che, basandosi sulla misura diretta di una risposta all'impulso di un ambiente (RIR - *Room Impulse Response*), possono derivare numerosi parametri ed informazioni. Le più moderne apparecchiature digitali permettono di registrare i dati

¹ Brüel & Kjær, dal 1965 è un'azienda leader nella produzione di strumentazione di precisione per misure acustiche.

e di stimare automaticamente i parametri: provvedono ad alimentare la sorgente con un opportuno segnale, interrompono il segnale stesso al momento appropriato, valutano direttamente la pendenza della curva di decadimento e memorizzano il tempo di riverberazione così ottenuto alla frequenza di misura.

Oggi gli algoritmi per il processamento dei segnali, come le tecniche di convoluzione digitale in tempo reale, costituiscono il nucleo di numerose applicazioni che variano nei diversi settori dell'acustica come quella ambientale ed architettonica, la costruzione e taratura dei trasduttori e la vibroacustica. Persino alcuni *plugin*² audio molto comuni per la simulazione di sistemi, come riverberi a convoluzione, equalizzatori di frequenza e compressori di dinamica si avvalgono di questi algoritmi. Anche per questo ha acquisito molta rilevanza lo sviluppo delle tecniche per l'estrazione delle risposte all'impulso (IR - *Impulse Response*) dei sistemi, che affronteremo nelle sezioni successive³.

2.1 Decadimento del rumore stazionario interrotto

Per come è definito il tempo di riverberazione, la sua misura deve consentire di valutare il decadimento del rumore stazionario interrotto, partendo da una condizione di regime. In molti casi non è possibile ricavare il tempo di riverberazione dalla definizione di Sabine, poiché, nella maggior parte dei casi, il rumore di fondo⁴ raggiunge facilmente livelli di densità di energia di $20 \div 30$ dB, e quindi, dato che la maggior parte delle misure viene fatta con segnali di $85 \div 95$ dB, risulta difficile, se non impossibile, stimare un decadimento di 60 dB. Per questi motivi nella maggior parte dei *software* moderni per il calcolo dei parametri acustici ed anche nelle normative ISO si usa definire operativamente l'RT60 come il doppio del tempo misurato in un decadimento da -5 a -35 dB⁵ sotto il valore iniziale del livello sonoro di un campo riverberante⁶. Si ricorre quindi ad un'estrapolazione della prima parte della curva di decadimento. In teoria, se il decadimento della densità di energia fosse esattamente esponenziale, come previsto dal modello lineare, la curva sarebbe una retta con pendenza costante e, di conseguenza, l'estrapolazione non porterebbe ad alcun errore. In pratica, invece, le curve di decadimento misurate in molte situazioni non sono rettilinee ma presentano doppie pendenze o curvature non trascurabili, per cui la definizione operativa di RT60 attualmente in uso non corrisponde a quella originale di Sabine.

Per poter procedere alla progettazione o alla correzione acustica si richiede generalmente il tempo di riverberazione a diverse frequenze. Questo tipo di misure può essere fatto con due modalità: zona per zona, usando segnali con contributi solo in una fascia ristretta di frequenza, oppure in un'unica operazione, emettendo un segnale a banda larga ed analizzando spettralmente il segnale acquisito. Per questo motivo, alcune delle strumentazioni automatizzate più moderne utilizzano segnali filtrati in terzi d'ottava, in modo da concentrare l'energia sonora in un ristretto campo di frequenza, migliorando così il rapporto segnale-rumore, e, dopo aver analizzato tutte le bande di frequenza, forniscono i dati misurati in forma tabellare. Altre strumentazioni sono in grado invece di processare simultaneamente tutte le bande di frequenza. La sorgente sonora viene solitamente alimentata con un rumore rosa o bianco⁷: questo penalizza leggermente le condizioni

² In inglese significa letteralmente "spina": è un componente *software* che si affianca ad un'applicazione principale, da cui è controllato, ampliandone le possibilità. In campo audio i *plug in* sono usati solitamente in aggiunta ad applicazioni *sequencer* (programmi dedicati all'assemblaggio e riproduzione di tracce audio) o *editor* (programmi per la manipolazione di dati audio) a cui forniscono effetti o strumenti virtuali.

³ Vedi § 2.2.

⁴ Il rumore di fondo, per le misure di acustica architettonica, è dovuto al non perfetto isolamento dell'ambiente con l'esterno, oppure dal suono prodotto dall'attrezzatura presente, come ventole o sistemi di aria condizionata.

⁵ Il tempo di riverberazione definito in questo modo viene chiamato anche T30.

⁶ KINSLER 2000.

⁷ Per la definizione operativa dei rumori vedi oltre.

di misura poiché la potenza viene dispersa su tutte le frequenze ed il rapporto segnale-rumore si riduce, tuttavia con questo metodo si riesce ad ottenere una forte riduzione dei tempi di misura. Si ottiene quindi l'acquisizione di un multispettro, ossia una serie di spettri acquisiti ad intervalli regolari molto brevi: in questo modo, con una sola misura, sono rese disponibili le informazioni sul decadimento sonoro di tutte le bande di frequenza.

2.2 Tecniche impulsive

Un'alternativa alla tecnica del rumore stazionario interrotto di Sabine per la misurazione del tempo di riverbero è quella di utilizzare una sorgente sonora di tipo impulsivo (un colpo di pistola a salve, lo scoppio di un palloncino o un impulso inviato da un altoparlante). I rumori di tipo impulsivo, diversamente da quelli stazionari interrotti, possono essere elaborati con algoritmi specifici per ricostruire la curva di decadimento che sarebbe stata prodotta da una sorgente in funzionamento continuo.

2.2.1 Concetti base delle tecniche impulsive

Un ambiente acustico può essere schematizzato come una “scatola nera”, ossia un apparato che trasforma un segnale in ingresso $x(t)$ in uno di uscita $y(t)$, con una legge di trasferimento particolare come mostrato in fig. 2.1.

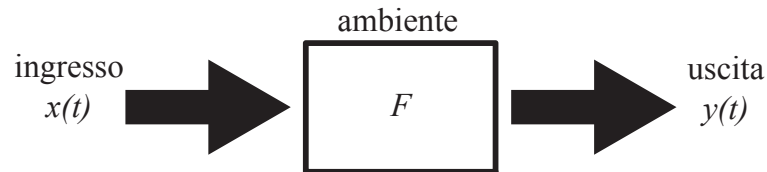


Fig. 2.1. Schematizzazione di un ambiente acustico per mezzo della funzione di trasferimento.

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = F[x(t)] \quad (2.2.1)$$

Si presuppone che il sistema sia:

- **Lineare:** vale il principio di sovrapposizione. Se l'ingresso consiste in una somma di segnali differenti, l'uscita del sistema sarà la somma delle risposte del sistema a tutti i segnali mandati singolarmente in ingresso:

$$x(t) + z(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = F[x(t) + z(t)] = F[x(t)] + F[z(t)] \quad (2.2.2)$$

- **Tempo invariante:** deve essere indipendente dal tempo, ossia:

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0) \quad (2.2.3)$$

Nel dominio digitale la determinazione della risposta all'impulso è particolarmente semplice. In questo caso avviene la **quantizzazione** ed i segnali sono rappresentati dividendo l'intervallo di variabilità in 2^n sottointervalli, dove n è il numero di bit usati nella rappresentazione digitale. Il segnale analogico viene periodicamente misurato (campionato) con una frequenza predeterminata⁸ ed il campione assume un valore numerico espresso con n bit, relativo al valore misurato nell'intervallo temporale. Il teorema del campionamento di Nyquist–Shannon richiede che la frequenza di campionamento sia più che doppia della frequenza massima contenuta nel segnale che si vuole rappresentare per evitare la distorsione più o meno completa del medesimo a causa del fenomeno detto *aliasing*.

Il segnale entra nel sistema come una sequenza numerica x , ed esce come un'altra sequenza y , con la stessa frequenza di campionamento e, di norma, numero di bit. I valori della sequenza in uscita sono direttamente dipendenti da quelli in ingresso: in particolare, avendo in ingresso una sequenza di zeri (silenzio) seguita da valori non nulli a loro volta seguiti da zeri, in uscita si avrà una sequenza simile alla prima, salvo che per il numero di zeri all'inizio e alla fine e per i valori dei campioni. Questa disuguaglianza è dovuta al fatto che la risposta del sistema non è istantanea, né quando il sistema viene eccitato (attacco del suono), né quando torna allo stato iniziale (coda del suono). Si può dire che y_n non sia soltanto funzione di x_n , ma anche di un certo numero m di campioni in entrata precedenti ad x_n e si può esprimere con questa equazione:

$$y_n = x_n h_0 + x_{n-1} h_1 + \dots + x_{n-m} h_m \quad (2.2.4)$$

dove si considerano nulli gli x_i con $i < 0$.

Questa operazione è definita **convoluzione digitale**⁹ e può essere rappresentata dalla seguente formula:

$$\{y\} = \{x\} * \{h\} \quad (2.2.5)$$

dove i coefficienti h_i della sequenza $\{h\}$ rappresentano la “caratteristica” del sistema; tramite essi è possibile calcolare la risposta a qualsiasi segnale.

Conoscendo la sequenza del segnale in ingresso $\{x\}$ e misurando quella in uscita $\{y\}$ di un sistema S , possiamo determinare i suoi coefficienti h_i . Per fare ciò, è necessario trovare una sequenza $\{x^{-1}\}$ che ammetta un'inversa $\{x^{-1}\}$ tale che:

$$\{x\} * \{x^{-1}\} = \delta \quad (2.2.6)$$

dove $\{\delta\}$ è una sequenza costituita da un “1” seguito da tutti “0”, chiamata appunto in questo modo per l'analogia con la funzione Delta di Dirac nel caso continuo. In questo caso si ottiene:

$$\{y\} * \{x^{-1}\} = \{h\} * \{x\} * \{x^{-1}\} = \{h\} * \{\delta\} = \{h\} \quad (2.2.7)$$

quindi conoscendo $\{x^{-1}\}$ e misurando $\{y\}$ è possibile ottenere $\{h\}$.

In via teorica la misura dei coefficienti h_i è dunque molto semplice: basta infatti immettere nel

⁸ *Sample rate* o frequenza di campionamento.

⁹ Per la simbologia e alcuni risultati utilizzati in questo capitolo si veda Appendice, A.2.

sistema una sequenza $\{\delta\}$ e registrare il segnale di uscita:

$$\begin{aligned} y_0 &= 1 \cdot h_0 + 0 \cdot h_1 + 0 \cdot h_2 + \dots = h_0 \\ y_1 &= 0 \cdot h_0 + 1 \cdot h_1 + 0 \cdot h_2 + \dots = h_1 \\ y_2 &= 0 \cdot h_0 + 0 \cdot h_1 + 1 \cdot h_2 + \dots = h_2 \\ &\dots \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

e così via: ad ogni campionamento si ottiene quindi un coefficiente h_i . La sequenza $\{h\}$ che caratterizza il sistema coincide quindi proprio con la risposta del medesimo ad un segnale impulsivo $\{\delta\}$.

2.2.2 Misura della funzione di trasferimento

In campo digitale, l'utilizzo di una sequenza $\{\delta\}$ come impulso sarebbe il metodo più semplice per estrarre la funzione di trasferimento di un sistema; tuttavia, quando si passa alla pratica insorgono problemi fisici. Il principale inconveniente che si manifesta nelle misure acustiche usando una sequenza ad impulso come la $\{\delta\}$ è legato all'impossibilità, per qualsiasi genere di altoparlante, di riprodurre un segnale impulsivo brevissimo (quantitativamente, se si lavora con una frequenza di campionamento di 44100 Hz, l'impulso dovrebbe durare per $1/44100 \approx 22.68 \mu\text{s}$) e sufficientemente intenso (con almeno 60 dB di rapporto segnale-rumore¹⁰) senza considerevoli distorsioni in frequenza e fase.

Si possono utilizzare palloncini esplosivi o spari di pistola a salve, che comunque risultano segnali che non durano soltanto per un campione, ma per qualche decina. Sebbene questo metodo possa fornire buone misure per i tempi di riverberazione di una sala da concerto, queste non sono ripetibili, né abbastanza accurate per ottenere gli IR da usare per la correzione acustica o per altre applicazioni, come i riverberi a convoluzione¹¹.

Dato che si può considerare ogni segnale come uscita di un filtro avente come suoi coefficienti i valori dei campioni del segnale, si potrebbe in teoria usare qualsiasi segnale per la misura, purché esista il filtro inverso e si riesca a trovare un modo per calcolarlo. Ciò può essere fatto in modo semplice per alcune classi di segnali. Recentemente sono state sviluppate numerose tecniche per questo scopo; ognuna di queste utilizza uno specifico tipo di segnale e un differente algoritmo per ottenere l'IR. In particolare, i più comuni sono: il **rumore bianco** o **rosa** con l'algoritmo FFT¹², il segnale **MLS** (*Maximum Length Sequence*) con l'algoritmo di autocorrelazione e il **sine-sweep** con l'algoritmo di convoluzione.

Nel caso della misura della funzione di trasferimento con il rumore bianco e rosa, l'idea alla base è quella di passare dal dominio del tempo a quello delle frequenze usando la **trasformata di Fourier**: per il teorema della convoluzione¹³, la convoluzione tra due segnali nel dominio del tempo diventa in quello delle frequenze una semplice moltiplicazione:

$$\mathcal{DF}[\{y\}] = \{Y\} = \mathcal{DF}[\{x\} * \{h\}] = \{X\}\{H\} \tag{2.2.9}$$

¹⁰ Con "rumore" si indica sempre il rumore di fondo dell'ambiente acustico, vedi nota 4.

¹¹ I riverberi a convoluzione sono *plugin* per *software* audio-video che permettono di simulare la riverberazione di un ambiente convolvendo il segnale in ingresso (solitamente un segnale "secco" a cui si vuole aggiungere riverberazione) con il campione audio dell'IR dell'ambiente stesso.

¹² La trasformata di Fourier veloce (spesso indicata come FFT, dall'inglese *Fast Fourier Transform*) è un algoritmo ottimizzato per calcolare la DFT (vedi Appendice A.2.5). Calcolare direttamente la DFT richiede una quantità di operazioni aritmetiche $O(n^2)$ ossia crescente con il quadrato della lunghezza della serie di dati. Un algoritmo FFT ottiene lo stesso risultato con un numero di operazioni $O(n \log(n))$.

¹³ Vedi Appendice, formula (A.2.3).

Adottando questa tecnica, l'estrazione dei coefficienti di $\{H\}$ risulta piuttosto semplice, perché rappresentano il quoziente tra $\{Y\}$ ed $\{X\}$. Una volta ottenuti i coefficienti, è sufficiente antitrasformare per ottenere $\{h\}$:

$$\mathcal{DF}^{-1}[\{H\}] = \mathcal{DF}^{-1} \begin{bmatrix} \{Y\} \\ \{X\} \end{bmatrix} = \{h\} \quad (2.2.10)$$

In questo caso particolare, $\{H\}$ è definita come la **funzione di trasferimento**, mentre $\{h\}$ è la **risposta all'impulso** (IR) del sistema in esame. Il procedimento è vantaggioso in termini di complessità di calcolo rispetto a quello che si dovrebbe fare operando nel dominio del tempo, che risulterebbe $O(n^2)$.

Questa tecnica ha tuttavia un problema fondamentale di instabilità: se la trasformata $\{X\}$ ha un elemento nullo, il relativo coefficiente della sequenza $\{H\}$ diverge. Per evitare questo inconveniente si può scegliere un segnale in ingresso che abbia la stessa energia su tutte le frequenze. Alcuni esempi possono essere il rumore bianco e rosa.

Il **rumore bianco** è un segnale caratterizzato dall'assenza di periodicità (segnale casuale) e presenta uno spettro "piatto" su tutto l'intervallo di frequenze considerato (in questo caso $20 \div 20000$ Hz¹⁴ in scala lineare).

Anche il **rumore rosa** (o rumore $1/f$ o rumore *flicker*) è un segnale caratterizzato dall'assenza di periodicità (segnale casuale) ma ha la stessa energia per ogni ottava, ossia presenta uno spettro "piatto" su tutto l'intervallo di frequenze considerato (anche in questo caso $20 \div 20.000$ Hz) in scala logaritmica. In questo caso le componenti a bassa frequenza hanno potenza maggiore, a differenza del rumore bianco in cui la densità di potenza è uguale per qualsiasi frequenza.

Questi segnali possono contenere tutto lo spettro di frequenze udibili e quindi possono testare la risposta di un sistema su un campo di frequenze ampio; di conseguenza risultano utili per molte applicazioni.

2.2.3 Misura della risposta all'impulso con sequenze MLS

Per evitare le problematiche legate all'utilizzo del rumore bianco o rosa di cui si è discusso nella sezione precedente, la determinazione della risposta all'impulso di un sistema può essere effettuata utilizzando come segnali test **sequenze di massima lunghezza** MLS (*Maximum Length Sequence*)¹⁵.

La misura della risposta all'impulso viene effettuata applicando un segnale MLS all'ingresso del sistema e correlando poi con il segnale in uscita. Il principio di funzionamento di questa metodica si basa sulla più importante proprietà del segnale MLS, ossia che tramite la correlazione circolare con se stesso, si produce la sequenza $\{\delta\}$ ¹⁶. Ne consegue che se si genera una sequenza $\{x\}$ di tipo MLS in ingresso, si campiona il segnale in uscita dal sistema ottenendo una sequenza $\{y\}$ e si effettua una correlazione circolare tra i due, questa operazione, nel dominio dei tempi, genera la

¹⁴ Estendere il campo di frequenza del rumore bianco è difficile perché per ogni ottava l'energia raddoppia.

¹⁵ Vedi Appendice A.3.

¹⁶ Vedi Appendice A.3.3, proprietà d.

sequenza $\{h\}$, che è proprio la risposta all'impulso (IR) del sistema stesso. In termini matematici:

$$\begin{aligned} \text{se} \quad \{y\} &= \{h\} \hat{*} \{x\} \quad \text{e} \quad \frac{1}{N} \{x\} \hat{\circ} \{x\} = \{\delta\} \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{N} \{y\} \hat{\circ} \{x\} &= \{h\} \hat{*} \left[\frac{1}{N} \{x\} \hat{\circ} \{x\} \right] = \{h\} \hat{*} \{\delta\} = \{h\} \end{aligned} \tag{2.2.11}$$

Il segnale deve essere più lungo della risposta all'impulso e deve essere emesso due volte di seguito, in modo da raggiungere la situazione di regime, registrando la risposta all'emissione.

Cohn e Lempel¹⁷ nel 1977 hanno trovato una relazione tra le sequenze MLS e la trasformata di Hadamard: dal momento che $\{x\}$ è una sequenza pseudo-casuale nota a priori, è possibile calcolare $\{y\} \hat{\circ} \{x\}$ mediante un algoritmo molto veloce chiamato **trasformata veloce di Hadamard**¹⁸ (un algoritmo simile alla FFT ma specifico per il segnale binario preso in considerazione). La velocità dell'algoritmo e la semplicità del segnale MLS permettono di operare la convoluzione nel dominio dei tempi in modo efficiente.

Un altro vantaggio dell'utilizzo della tecnica MLS è sempre legato alle sue caratteristiche deterministiche, che possono essere convenientemente sfruttate per migliorare il rapporto segnale-rumore. Ripetendo la misura ed effettuando una serie di medie del segnale in uscita, si può ridurre il rumore esterno (che è con ottima approssimazione non correlato al segnale di test) facendo aumentare il rapporto segnale-rumore di 3 dB ogni volta che si raddoppia il numero di medie. Per questo motivo è possibile effettuare misure con questo metodo, anche in presenza di un rumore di fondo molto elevato o addirittura superiore al livello del segnale di test.

Questa tecnica, per tutti i vantaggi che abbiamo illustrato, grazie anche alla diffusione di una scheda costruita nel 1989 dall'americano Douglas Rife, che implementava per via *hardware* lo *shift register*, e ad un *software* chiamato MLSSA, particolarmente potente, fino a pochi anni fa rappresentava lo standard in uso per le misure di acustica ambientale. Oggi i segnali MLS sono generati in *software* e sono disponibili nelle principali applicazioni per l'acustica ambientale.

Uno svantaggio delle misure con sequenze MLS è che hanno uno spettro in frequenza "bianco". Per alcune misure dove è importante perfezionare il rapporto segnale-rumore alle basse frequenze, che sono solitamente le più problematiche, alcuni sistemi *hardware* e *software*¹⁹ permettono di filtrare il segnale in modo da ottenere uno spettro "rosa" piuttosto che "bianco".

Il principale svantaggio di questa tecnica è la sua forte dipendenza dalla linearità del sistema. Se il sistema in esame non è perfettamente lineare e tempo-invariante, possono apparire echi inesistenti e si può avere la cancellazione delle alte frequenze a causa del loro sfasamento reciproco. Inoltre la non linearità provoca effetti sistematici nella risposta²⁰ che non possono essere diminuiti neppure mediando più misure, come nel caso del rapporto segnale rumore.

Le misure di acustica ambientale coinvolgono spesso sequenze lunghe: ad esempio, aumentando la lunghezza di una sequenza MLS di grado 18 di un fattore 128, si ridurrà teoricamente il livello del rumore da un valore tipico di -65 dB a -86 dB. Il livello del rumore diminuisce relativamente al valore di picco dell'IR quando si usa una sequenza più lunga, tuttavia c'è un limite a questo procedimento. Infatti, pur essendo possibile riuscire a processare una sequenza MLS di grado 25²¹ su un computer standard equipaggiato di una buona memoria, usando sequenze così lunghe gli effetti dovuti ad una non perfetta tempo-invarianza diventano predominanti.

¹⁷ COHN 1977.

¹⁸ FHT - *Fast Hadamard Transform*, è un algoritmo che richiede una quantità di operazioni aritmetiche $O(n \log(n))$.

¹⁹ Ad esempio il *software Dirac* sviluppato da Acoustics Engineering e distribuito da Brüel & Kjær.

²⁰ WRIGHT 1995.

²¹ Quindi, usando una frequenza di campionamento standard di 44100 Hz, è un segnale lungo 12 minuti e 41 secondi.

Questi problemi fanno sì che tale tecnica non possa essere utilizzata per misurare l'IR se il sistema di misura non è molto preciso (in particolare i riproduttori audio devono essere molto fedeli), e se l'emissione di segnali si prolunga troppo nel tempo (il riscaldamento degli altoparlanti comporta una perdita di fedeltà e quindi di linearità).

2.2.4 Misura della risposta all'impulso con sine-sweep

La tecnica che prevede l'utilizzo del *sine-sweep*, ovvero un segnale sinusoidale a frequenza variabile, è sicuramente la più moderna ed efficiente per il calcolo degli IR; per questo, oltre ad essere ampiamente utilizzata in tutti i programmi recenti per l'acustica ambientale, è anche implementata in alcuni software presenti nei pacchetti di audio professionale, ad esempio l'*Impulse Response Utility* che è incluso nel pacchetto *Logic Studio* di *Apple Inc.* (uno dei *software* più utilizzati nella produzione musicale), che permette di misurare, avendo a disposizione gli opportuni trasduttori, l'IR di un qualsiasi ambiente acustico per poi utilizzarlo con il generatore di riverbero a convoluzione nativo di *Logic Pro 8* (il *sequencer* contenuto nel pacchetto).

I *sine-sweep* possono essere **lineari** (la cui frequenza parte da 20 Hz e cresce linearmente col tempo fino a 20 kHz) oppure **esponenziali** (i più usati, perché con questi è possibile dare più energia alle frequenze più basse, che sono anche le più critiche, ed andare più velocemente alle alte) e la loro definizione matematica è la seguente:

$$\text{sweep lineare} \quad x(t) = \sin \left[2\pi \left(f_{inf} \cdot t + \frac{f_{sup} - f_{inf}}{T} \cdot \frac{t^2}{2} \right) \right] \quad (2.2.12)$$

$$\text{sweep esponenziale} \quad x(t) = \sin \left[\frac{2\pi f_{inf} \cdot T}{\ln \left(\frac{f_{sup}}{f_{inf}} \right)} \cdot \left(e^{\frac{t}{T} \cdot \ln \left(\frac{f_{sup}}{f_{inf}} \right)} - 1 \right) \right] \quad (2.2.13)$$

dove f_{inf} è la frequenza di partenza (tipicamente 20 Hz), f_{sup} è quella di arrivo (tipicamente 20 kHz) e T è la durata nel tempo dello *sweep* (tipicamente 10 ÷ 50 s).

Uno dei tanti vantaggi di questa tecnica risiede nel fatto che una volta generato il segnale $x(t)$ di *sweep*, il suo inverso $x^{-1}(t)$ è proprio quello di partenza $x(t)$ invertito sull'asse dei tempi. Quindi avendo in partenza il segnale $x^{-1}(t)$, una volta che si è misurato il segnale $y(t)$ sarà possibile calcolare la risposta all'impulso $h(t)$ mediante un'operazione di deconvoluzione²². La misura della risposta all'impulso col segnale di *sine-sweep* è differente dalla tecnica MLS perché l'uscita $y(t)$ ottenuta dal microfono non può, in questo caso, essere processata con la trasformata di Hadamard (FHT). Pertanto, per ricavare l'IR si deve necessariamente deconvolvere il segnale.

I *sine-sweep* sono, per diverse ragioni, dei segnali più efficienti rispetto alle sequenze di rumore per le misure della funzione di trasferimento in acustica ambientale. Il primo motivo è che la risposta ad un singolo *sweep* non ripetuto è pressoché uguale a quella che si ha con una ripetizione periodica. Questo significa che non è necessario emettere il segnale di test due volte: lo *sweep* può quindi essere riprodotto una sola volta e la funzione di trasferimento del sistema può essere catturata e processata immediatamente. Di conseguenza la durata delle misure è dimezzata, pur ottenendo la stessa risoluzione spettrale e lo stesso rapporto segnale-rumore di una misura con un segnale di test ripetuto periodicamente²³.

L'altro enorme vantaggio dell'utilizzo di questo tipo di segnali è che le componenti di distorsione armonica possono essere isolate interamente dall'IR acquisito, dato che appaiono a tempi negativi.

²² Vedi formula 2.2.7.

²³ MÜLLER 2001.

Di conseguenza l'IR rimane indisturbato dall'energia di distorsione, contrariamente a quello che succede nelle misure che utilizzano rumore come segnale di test, i cui prodotti della distorsione sono distribuiti lungo l'intero periodo.

Il metodo del *sine-sweep* è in grado di fornire misure di risposta all'impulso con ottimo rapporto segnale-rumore (tipicamente 20 dB migliore che con MLS) ed è molto meno soggetto ad artefatti causati dalla non perfetta linearità e tempo-invarianza del sistema²⁴.

L'unico problema di questo algoritmo è nella sua maggiore complessità per cui questa tecnica richiede una maggiore potenza di calcolo rispetto alle altre già descritte.

2.3 Risposta all'impulso e tempo di riverberazione

Una volta ottenuto l'IR di un sistema (in questo caso un ambiente acustico) con una delle tecniche descritte nelle sezioni precedenti, si può derivare la curva di decadimento sonoro e quindi i parametri descritti nel capitolo 1.

I tempi di riverberazione misurati direttamente dal decadimento della risposta all'impulso sono leggermente inferiori a quelli prodotti dal decadimento da rumore stazionario e non coincidono con la definizione data da Sabine. Questo è spiegabile perché con l'emissione di un suono impulsivo non si raggiunge la densità di energia sonora di regime in tutto l'ambiente. Il legame tra la risposta all'impulso ed il tempo di riverberazione è stato studiato da Schroeder²⁵ che ha mostrato come la legge di decadimento riverberante sia ricostruibile attraverso un integrale della risposta all'impulso.

Sia $h(t)$ la risposta all'impulso, e sia $t = 0$ l'istante di arrivo del suono diretto. L'integrale di Schroeder di $h(t)$ è la funzione:

$$S(t) = \int_t^\infty h^2(t) dt \quad (2.3.1)$$

dove $S(t)$ corrisponde all'energia che rimane nell'IR al tempo t . Mettendo in un grafico il rapporto espresso in dB tra $S(t)$ e il massimo valore misurato a $t = 0$, si deriva una curva di decadimento analoga a quella che si ottiene con il decadimento del rumore stazionario interrotto.

²⁴ FARINA 2000.

²⁵ SCHROEDER 1965.

3. Esempio di misura del tempo di riverberazione

In questo capitolo presentiamo una semplice misura dell'IR con cui vogliamo ricavare il tempo di riverberazione di un piccolo studio di registrazione e confrontarlo con una stima calcolata utilizzando la semplice formula di Sabine (1.4.1).

La strumentazione con cui abbiamo eseguito le misure, pur essendo perfettamente adeguata per la produzione di musica a livello professionale, non ha le caratteristiche necessarie per l'esecuzione di misure quantitative di acustica ambientale, quindi le misure che presentiamo hanno un puro valore illustrativo, senza pretesa di completezza o rigore sperimentale.

3.1 Apparecchiature di misura

Il microfono utilizzato è un C 414 B-XL, prodotto dalla ditta *AKG*, con sistema di trasduzione a condensatore e figura polare selezionabile (è stata impostata come omnidirezionale). Si tratta di un microfono di ottima qualità che viene utilizzato solitamente per la registrazione della voce e degli strumenti solisti, ma non per le misure acustiche a causa del suo spettro non sufficientemente piatto in frequenza.

Il segnale del microfono è inviato a un modulo d'acquisizione modello 828 mkII, della ditta *Mark Of The Unicorn*. L'apparecchio permette di digitalizzare segnali audio fino a 24 bit di risoluzione e 96 kHz di frequenza di campionamento. Nel corso della misura è stato usato alla massima risoluzione con campionamento a 44100 Hz. Il modulo è controllato da un computer portatile MacBook della ditta *Apple Inc.* attraverso una connessione seriale *FireWire*.

Il segnale digitale di test, generato dal computer sempre a 24 bit / 44100 Hz, viene convertito in analogico all'interno dell'unità 828 mkII e inviato a una coppia di casse acustiche amplificate. Si tratta del modello A7 della ditta *Adam*, molto utilizzato negli studi di registrazione moderni. I diffusori sono posti ai due vertici di un triangolo equilatero avente il lato di 130 cm e rivolti verso il terzo vertice dove è stato posizionato il microfono. L'altezza di quest'ultimo è stata scelta in modo da avere la capsula alla stessa quota degli altoparlanti per l'emissione delle note acute (*tweeter*).

3.2 Esecuzione della misura

La stanza in cui abbiamo fatto le misure ha una parete e il soffitto rivestiti, rispettivamente, da pannelli fonoassorbenti piramidali e da uno strato di fibra minerale, mentre il pavimento e le altre pareti non sono stati trattati per aumentarne il coefficiente d'assorbimento acustico. La sua planimetria è raffigurata in fig. 3.1.

Il controllo della misura è effettuato mediante il computer con il pacchetto software *Logic Studio*, prodotto da *Apple*. In particolare abbiamo utilizzato l'applicazione *Impulse Response Utility* (versione 1.0.2) del pacchetto, specificamente dedicata all'acquisizione della risposta all'impulso.

Il segnale di test è un *sine-sweep* esponenziale nel campo di frequenza $20 \div 20000$ Hz della durata di 10 secondi, generato dal *software*. La prima parte di esso è mostrata in fig. 3.2.

L'applicazione che controlla la misura provvede a registrare il suono raccolto dal microfono, che è mostrato in fig. 3.3.

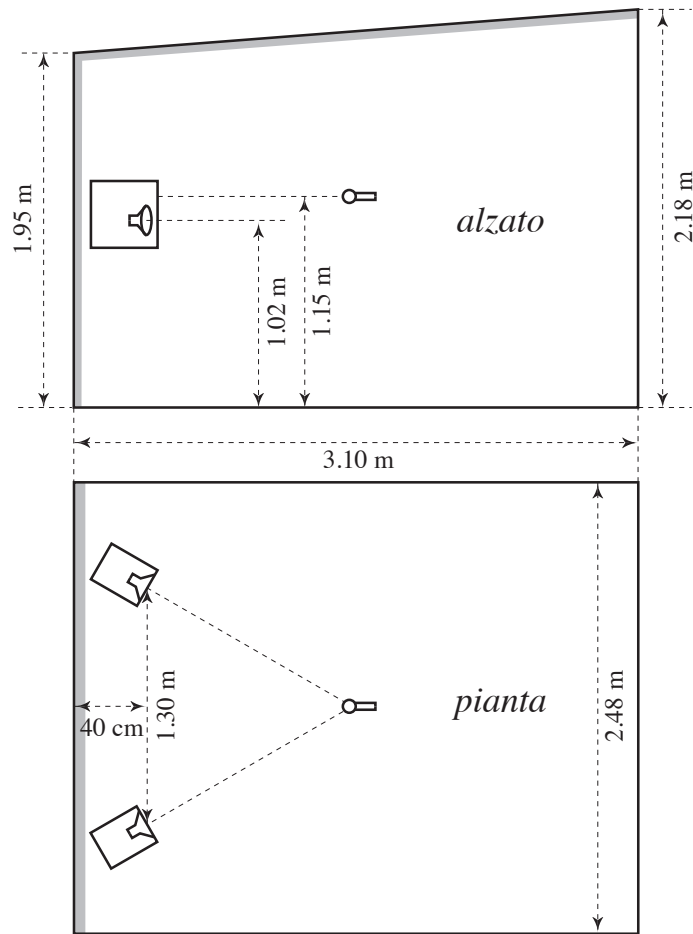


Fig. 3.1. Planimetria della stanza e posizionamento degli altoparlanti e del microfono. L'ombreggiatura grigia indica la presenza di rivestimento fonoassorbente.

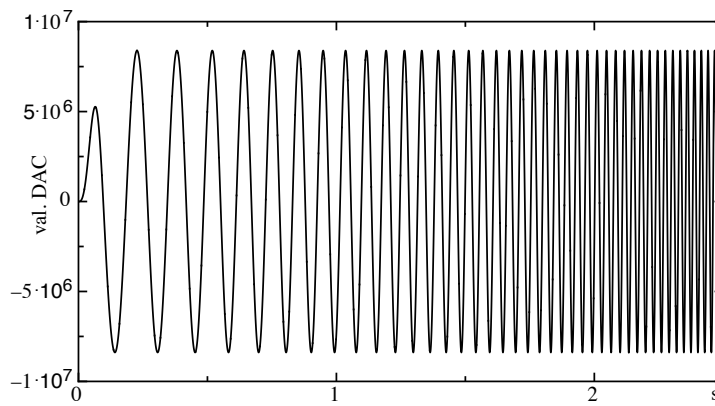


Fig. 3.2. Prima parte del segnale modulato in frequenza usato nella misura.

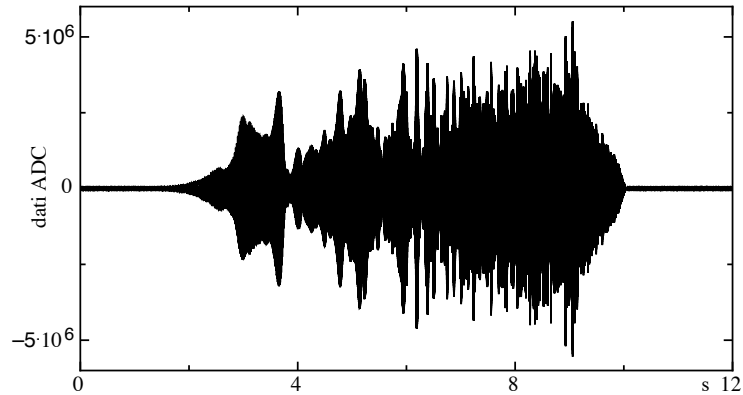


Fig. 3.3. Segnale registrato in risposta al segnale di test.

L'applicazione provvede infine a calcolare¹ dai due segnali la risposta all'impulso, che si riduce a valori molto piccoli entro qualche decimo di secondo, come mostrato in fig. 3.4.

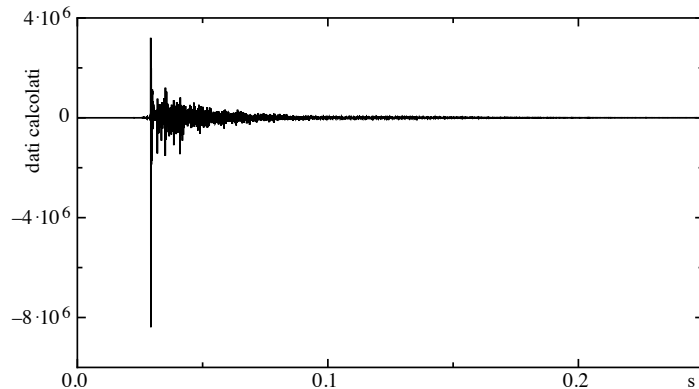


Fig. 3.4. Risposta all'impulso (IR) calcolata per deconvoluzione con il software *Impulse Response Utility* di Apple.

3.3 Elaborazione dati

Allo scopo di determinare il tempo di riverberazione, il segnale IR è stato elaborato come segue:

- a. È stato calcolato l'andamento in dB-potenza dell'IR.
- b. È stato calcolato l'integrale di Schroeder².
- c. Sull'andamento di potenza e sull'integrale di Schroeder sono stati individuati i punti rispettivamente a -5 dB e -35 dB rispetto al massimo. Dato che l'IR presentava forti oscillazioni da un campione al successivo, la determinazione della zona è stata fatta su una versione "smussata" della curva ottenuta calcolando una media mobile su 25 campioni consecutivi.
- d. Si è applicata una regressione lineare alle zone d'interesse delle due curve determinando il coefficiente angolare delle rette.

L'elaborazione è illustrata in fig. 3.5.

¹ Vedi (2.2.7).

² Vedi (2.3.1).

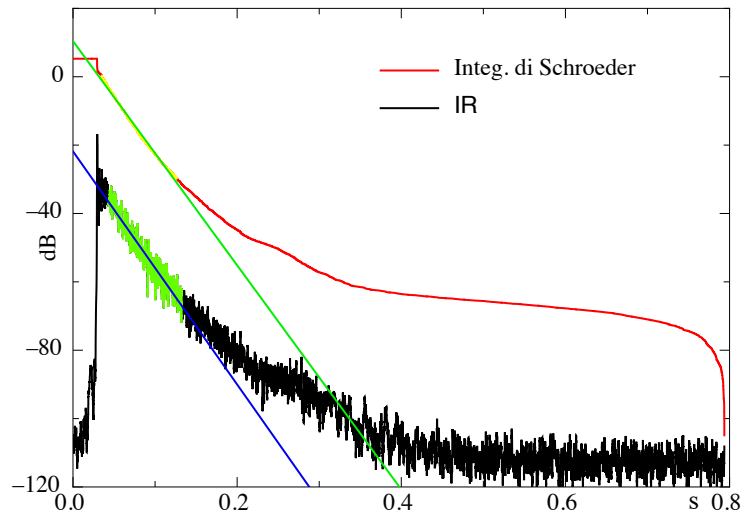


Fig. 3.5. Elaborazione dei dati: sono mostrate la curva IR in potenza (smussata) e l'integrale di Schroeder. Le zone usate per la determinazione della pendenza sono evidenziate in colore diverso e sono riportate le rette ricavate dalla regressione lineare.

Dall'analisi della curva IR e dell'integrale di Schroeder le pendenze risultano, rispettivamente, di $340 \text{ dB} \cdot \text{s}^{-1}$ e $328 \text{ dB} \cdot \text{s}^{-1}$, che si traducono in valori di $RT60^3$. pari a 0.176 s e 0.183 s.

3.4 Confronto con la formula di Sabine

Abbiamo stimato l'ordine di grandezza del tempo di riverberazione del locale utilizzando la formula di Sabine (1.4.1). Per questo scopo abbiamo attribuito, in base a dati reperiti in letteratura⁴, un coefficiente di assorbimento medio pari a 0.03 alle pareti non trattate con materiale fonoassorbente e a 0.9 dove tali materiali sono presenti.

Il valore di $RT60$ che risulta è pari a 0.2 s. Al di là delle approssimazioni fisiche che sono alla base della formula, va tenuto presente che i coefficienti di assorbimento sono attribuiti con un'incertezza sicuramente non inferiore al 10%, che si traduce in un uguale errore relativo su $RT60$, dato che gli errori sulle misure lineari sono trascurabili in confronto. Occorre anche sottolineare che non abbiamo tenuto conto della presenza nella stanza di attrezzature e suppellettili (in particolare, due poltrone) che contribuiscono all'assorbimento del suono.

³ Abbiamo riportato i dati con 3 cifre significative per rendere apprezzabile la lieve differenza nei risultati dei due metodi ma, anche se non siamo in grado di effettuare una propagazione rigorosa dell'errore, possiamo ritenerlo sicuramente tale da rendere la differenza non significativa

⁴ KINSLER 2000.

Appendice

A.1 La derivazione della formula di Sabine

Per sviluppare questa formula, Sabine assume che le onde acustiche si propagano radialmente dalla sorgente (che suppone puntiforme, per semplicità) e vengano contemporaneamente assorbite e riflesse dalle superfici. In un ambiente prevalentemente riflettente, dopo un buon numero di riflessioni, lo spazio intero verrà riempito di energia sonora: la distribuzione della densità di energia D sarà uniforme e la propagazione in ogni punto isotropa.

Consideriamo su una parete un elemento di superficie infinitesimo dS e un guscio semi-sferico di raggio r e spessore dr centrato nel nostro elemento di superficie. Prendiamo r molto grande rispetto alle dimensioni lineari di dS , ma sufficientemente piccolo da poter considerare ancora piana la parete intorno a dS entro un cerchio di raggio r . Parte dell'energia che si trova nel guscio semi-sferico, quella associata ad onde propagantisi verso dS , raggiungerà la superficie dopo un tempo $t = r/c$, dove c è la velocità di propagazione del suono.

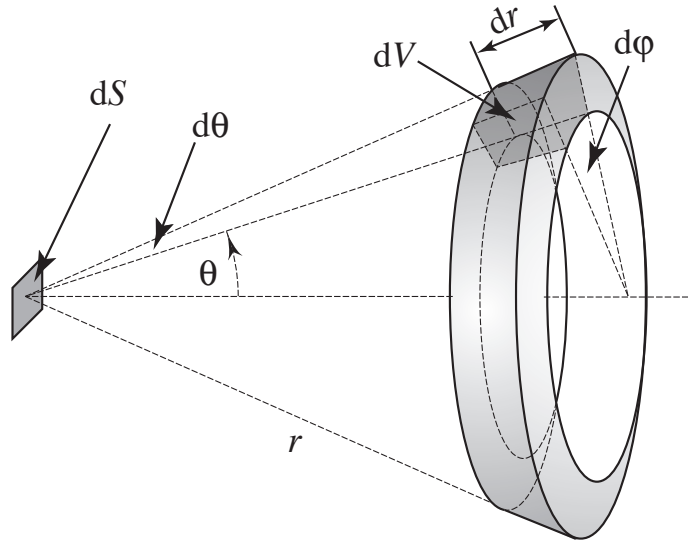


Fig. A.1.1: Elementi di volume dV e di superficie dS usati per ricavare l'espressione dell'intensità di un campo sonoro diffuso.

Per calcolare questa energia, utilizziamo un sistema di coordinate polari centrate in dS e con l'asse z perpendicolare alla superficie. Scomponiamo il guscio in volumetti infinitesimi dV caratterizzati dalle coordinate θ , φ e di estensione angolare $d\theta$, $d\varphi$. Avremo:

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi \quad (\text{A.1.1})$$

L'energia acustica contenuta nel cubetto è $dE = D dV$; la parte di essa coinvolta nella riflessione su dS è data dalla frazione di angolo solido $d\Omega/4\pi$ sotto cui dS è vista dal volumetto. Nelle nostre

condizioni $d\Omega = dS \cos \theta / r^2$ e inoltre possiamo scrivere dr come $dr = c dt$, dove dt rappresenta l'intervallo di tempo durante il quale si avrà la riflessione. L'energia incidente associata al volumetto vale quindi:

$$dE = \frac{D dV d\Omega}{4\pi} = \frac{D c}{4\pi} dS \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi dt \quad (\text{A.1.2})$$

Integrando sull'intero guscio semi-sferico otteniamo l'energia totale incidente su dS nell'intervallo dt

$$dE_{\text{incid-guscio}} = \frac{D c}{4\pi} dS dt \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{D c}{4} dS dt \quad (\text{A.1.3})$$

Se la superficie dS ha un coefficiente d'assorbimento α , all'energia incidente corrisponderà un'energia assorbita:

$$dE_{\text{ass-guscio}} = \frac{D c}{4} \alpha dS dt \quad (\text{A.1.4})$$

(si noti che così facendo abbiamo approssimato l'assorbimento come indipendente dall'angolo d'incidenza). Se integriamo sull'intera superficie delle pareti, troviamo l'energia assorbita in totale dalla stanza nel tempo dt :

$$dE_{\text{ass}} = \frac{D c}{4} dt \int_S \alpha dS = \frac{D c A}{4} dt \quad (\text{A.1.5})$$

dove A è l'assorbimento totale definito nella (1.3.3). Possiamo associare all'energia assorbita nel tempo dt una variazione $V dD$ della densità energetica, dove V è il volume totale della stanza; questo ci permette di scrivere l'equazione che esprime l'andamento temporale di D dal momento in cui la sorgente sonora cessa di emettere:

$$V \frac{dD}{dt} = -\frac{Ac}{4} D \quad (\text{A.1.6})$$

Si ricava:

$$D = D_0 e^{-\frac{Ac}{4V} t} \quad (\text{A.1.7})$$

quindi, dato che per l'RT60 si cerca uno smorzamento del livello del suono di un fattore di 60 dB (ossia 10^6), l'esponentiale della formula (A.1.7) dovrà essere pari a:

$$e^{-\frac{Ac}{4V} \bar{t}} = 10^{-6} \Rightarrow \frac{Ac}{4V} \bar{t} = \ln 10^6 \quad (\text{A.1.8})$$

si può infine ricavare il *tempo di riverbero*:

$$\bar{t} = \text{RT60} = \frac{4 \ln 10^6}{c} \frac{V}{A} \quad (\text{A.1.9})$$

Utilizzando il valore della velocità del suono sopra citata, si ottiene proprio:

$$\frac{4 \ln 10^6}{c} \approx 0.161 \frac{\text{s}}{\text{m}} \quad (\text{A.1.10})$$

A.2 Trasformata di Fourier, convoluzione e correlazione

Richiamiamo qui di seguito alcune definizioni e proprietà riguardanti la Trasformata di Fourier e i prodotti di convoluzione e correlazione, senza pretesa di completezza o rigore matematico.

A.2.1 Trasformata di Fourier

Fra le diverse convenzioni per definire la trasformata di Fourier utilizzeremo

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[f(t)] &= F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i \nu t} dt \\ \mathcal{F}^{-1}[F(\nu)] &= f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu) e^{2\pi i \nu t} d\nu\end{aligned}\tag{A.2.1}$$

A.2.2 Convoluzione

Si definisce il prodotto di convoluzione di due funzioni $f(t)$ e $g(t)$ come

$$f(t) * g(t) = [f * g](t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau\tag{A.2.2}$$

La convoluzione gode della proprietà commutativa e associativa e inoltre vale il *teorema della convoluzione*:

$$\mathcal{F}[f(t) * g(t)] = F(\nu) G(\nu)\tag{A.2.3}$$

A.2.3 Convoluzione e risposta all'impulso

Supponiamo che $y(t) = F(x(t))$ sia la risposta di un sistema lineare e indipendente dal tempo a un segnale $x(t)$. Potremo scrivere

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau\tag{A.2.4}$$

dove il simbolo δ rappresenta la Delta di Dirac. La risposta del sistema sarà data quindi da

$$y(t) = F\left(\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau\right) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) F(\delta(t - \tau)) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = x(t) * h(t)\tag{A.2.5}$$

dove $h(t)$ è la risposta del sistema alla Delta.

A.2.4 Correlazione e autocorrelazione

Si definisce prodotto di correlazione di due funzioni reali¹ di variabile reale

$$f(\tau) \circ g(\tau) = [f \circ g](\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t + \tau) dt \quad (\text{A.2.6})$$

La correlazione non gode di proprietà commutativa:

$$[f \circ g](\tau) = [g \circ f](-\tau) \quad (\text{A.2.7})$$

Si può mettere in relazione la correlazione con la convoluzione:

$$f(t) \circ g(t) = f(t) * g(-t) \quad (\text{A.2.8})$$

Quando le due funzioni f e g coincidono si parla di autocorrelazione:

$$f(\tau) \circ f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t + \tau) dt \quad (\text{A.2.9})$$

Si può dimostrare che l'autocorrelazione di una funzione ha il suo massimo nell'origine:²

$$[f \circ f](\tau) \leq [f \circ f](0) \quad (\text{A.2.10})$$

A.2.5 Trasformata di Fourier Discreta (DFT)

Nelle applicazioni digitali un segnale viene rappresentato da una sequenza di N valori reali $\{f\} = \{f_0, f_1 \dots f_{N-1}\}$. Si definisce trasformata di Fourier discreta di una sequenza:

$$\begin{aligned} \mathcal{DF}[\{f\}] &= \{F\} : F_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-2\pi i \frac{j}{N} k} \\ \mathcal{DF}^{-1}[\{F\}] &= \{f\} : f_k = \sum_{j=0}^{N-1} F_j e^{2\pi i \frac{j}{N} k} \end{aligned} \quad (\text{A.2.11})$$

(la prima relazione potrebbe indurre dubbi se $\{f\}$ è reale, in quanto da N campioni reali si ottengono N valori complessi, ossia $2N$ valori reali considerando le parti reali e immaginarie, ma

¹ Nel caso di funzioni complesse la definizione è

$$f(\tau) \circ g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t) g(t + \tau) dt$$

dove f^* è il complesso coniugato di f .

² BRACEWELL, 2000.

si deve considerare che F_0 e $F_{N/2}$ sono reali, mentre gli altri elementi della trasformata risultano a due a due complessi coniugati, per cui il numero totale di valori reali indipendenti che si ottengono rimane N).

Nella prassi della DFT si usa considerare i vettori $\{f\}$ come parte di sequenze periodiche infinite di periodo N , in cui l'indice può andare da $-\infty$ a ∞ e vale la proprietà ciclica

$$f_{i+kN} = f_i \quad \forall k \text{ intero} \quad (\text{A.2.12})$$

A.2.6 Convoluzione di sequenze

In analogia con la (A.2.2) si definisce per due sequenze la convoluzione come

$$\{f\} * \{g\} = \{h\} : h_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k g_{i-k} \quad (\text{A.2.13})$$

La sommatoria su infiniti valori dell'indice k va intesa nel modo seguente: il significato fisico che possiamo associare, nel nostro caso, a una sequenza è quello di campioni riferiti (in quanto acquisiti o emessi) a valori temporali discreti uniformemente intervallati. Ogni sequenza fisica sarà limitata, ossia avrà valori non nulli solo in un intervallo finito di valori dell'indice, e si potrà considerare estesa all'infinito, in entrambe le direzioni, con valori nulli. Se supponiamo che per $\{f\}$ l'intervallo sia $[p_1, p_2]$, per un totale di $P = p_2 - p_1 + 1$ elementi, e per $\{g\}$ $[q_1, q_2]$ con $Q = q_2 - q_1 + 1$, l'intervallo per $\{h\}$ sarà $[p_1 + q_1, p_2 + q_2]$ con $P + Q - 1$ elementi. In pratica, molto spesso si considerano sequenze in cui i valori degli indici partono da "0". Per la convoluzione discreta valgono le stesse proprietà del caso continuo.

Nel contesto della DFT si utilizza, per due sequenze di lunghezza N , un'altra forma di convoluzione, detta ciclica, definita da

$$\{f\} \hat{*} \{g\} = \{h\} : h_i = \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{i-k} \quad (\text{A.2.14})$$

dove i valori g_{i-k} per cui $i - k$ non è compreso in $[0, N - 1]$ si ricavano utilizzando la proprietà (A.2.12). Per questo tipo di convoluzione vale l'analogo del teorema (A.2.3):

$$\mathcal{DF}[\{f\} \hat{*} \{g\}] = N \{F\} \{G\} \quad (\text{A.2.15})$$

Infine, se in due sequenze di lunghezza N gli elementi non nulli sono confinati per valori dell'indice $i < N/2$, le due forme di convoluzione danno lo stesso risultato.

A.2.7 Risposta all'impulso nel caso discreto

Analogamente al risultato della (A.2.5), se applichiamo una sequenza x a un sistema lineare e indipendente dal tempo avremo come risposta una sequenza $\{y\}$:

$$\{y\} = F(\{x\}) = \{x\} * \{h\} \quad (\text{A.2.16})$$

dove $\{h\}$ è la sequenza che corrisponde alla risposta ad un impulso $\{\delta\}$, l'equivalente della Delta di Dirac nel caso discreto, dato da $\{\delta\} = \{1, 0, 0, \dots\}$.

Un caso particolare di risposta all'impulso nel caso discreto si ha quando il segnale $\{x\}$ è una sequenza periodica con periodo N e la risposta all'impulso $\{h\}$ ha una durata inferiore al periodo (ossia è rappresentabile come una sequenza di lunghezza N in cui uno o più degli ultimi elementi sono nulli). In tal caso la risposta (periodica) $\{y\}$ può essere determinata per mezzo della convoluzione ciclica:

$$\{y\} = F(\{x\}) = \{x\} \hat{*} \{h\} \quad (\text{A.2.17})$$

A.2.8 Correlazione e autocorrelazione di sequenze

Anche per le sequenze finite reali si introduce il concetto di correlazione e autocorrelazione:

$$\{f\} \circ \{g\} = \{h\} : h_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k g_{i+k} \quad (\text{A.2.18})$$

Correlazione e convoluzione stanno fra loro in relazione:

$$\{f\} \circ \{g\} = \{f\} * \{g'\} \quad \text{dove} \quad g'_k = g_{-k} \quad (\text{A.2.19})$$

Si ha anche

$$h_i < h_0 \quad \text{se} \quad \{h\} = \{f\} \circ \{f\} \quad \text{e} \quad i \neq 0 \quad (\text{A.2.20})$$

Analogamente a quanto succede per la convoluzione, si definisce per due sequenze di lunghezza N la correlazione ciclica

$$\{f\} \hat{\circ} \{g\} = \{h\} : h_i = \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{i+k} \quad (\text{A.2.21})$$

con uso della proprietà (A.2.12).

A.3 Le sequenze MLS

A.3.1 Sequenze e polinomi primitivi

La base matematica delle sequenze MLS (*Maximum Length Sequence*) poggia sulle proprietà dei polinomi nel campo $GF(2)$ (campo finito o di Galois di ordine 2). Gli elementi del campo sono i numeri $\{0, 1\}$ e le operazioni aritmetiche sono condotte modulo-2. I polinomi hanno quindi coefficienti pari a "0" o "1" e il loro valore può essere solo "0" o "1". In particolare sono di interesse i polinomi cosiddetti "primitivi", ossia, in questo contesto, quelli che non sono esprimibili come prodotto non banale di polinomi di grado inferiore. La teoria assicura l'esistenza di tali polinomi per ogni ordine m . In tabella si riportano polinomi primitivi per $1 \leq m \leq 20$.

m	$P^{(m)}$	m	$P^{(m)}$
1	$x + 1$	11	$x^{11} + x^2 + 1$
2	$x^2 + x + 1$	12	$x^{12} + x^7 + x^4 + x^3 + 1$
3	$x^3 + x + 1$	13	$x^{13} + x^4 + x^3 + x + 1$
4	$x^4 + x + 1$	14	$x^{14} + x^{12} + x^{11} + x + 1$
5	$x^5 + x^2 + 1$	15	$x^{15} + x + 1$
6	$x^6 + x + 1$	16	$x^{16} + x^5 + x^3 + x^2 + 1$
7	$x^7 + x + 1$	17	$x^{17} + x^3 + 1$
8	$x^8 + x^6 + x^5 + x + 1$	18	$x^{18} + x^7 + 1$
9	$x^9 + x^4 + 1$	19	$x^{19} + x^6 + x^5 + x + 1$
10	$x^{10} + x^3 + 1$	20	$x^{20} + x^3 + 1$

Tabella A.3.1: Polinomi primitivi $P^{(m)}$ in $GF(2)$ per $1 \leq m \leq 20$

A.3.2 Generazione di una sequenza MLS

Dato un polinomio di ordine m , è possibile costruire una sequenza MLS di lunghezza $2^m - 1$ con una procedura che corrisponde all'utilizzo di un registro a scorrimento (*shift register*) di lunghezza m (in effetti in passato, quando non erano diffusi calcolatori sufficientemente potenti, le sequenze MLS venivano costruite usando questi dispositivi elettronici).

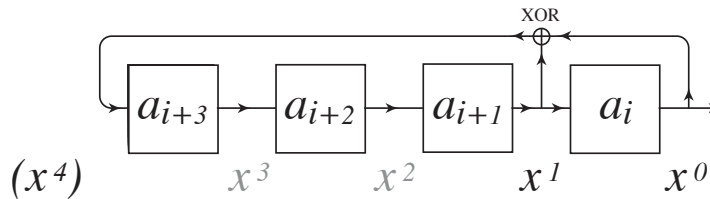


Fig. A.3.2: Schema per la costruzione di una sequenza MLS di ordine 4.

Si fanno corrispondere alle giunzioni fra gli elementi del registro, partendo dall'uscita, i coefficienti del polinomio primitivo di ordine corrispondente, in ordine crescente di grado da 0 a $m - 1$ (il coefficiente di grado m , che è sempre "1", non viene usato). Dove il coefficiente è non nullo, si preleva il valore dell'elemento a monte. Per generare la sequenza, si carica negli m elementi una qualsiasi combinazione di valori "0" e "1", esclusa quella contenente tutti "0". Il valore nell'elemento di uscita è il primo numero della sequenza; quindi si procede per passi, facendo scorrere i valori negli elementi, riempiendo l'elemento d'entrata con la somma modulo-2 (che corrisponde all'operazione logica 'or esclusivo') dei valori prelevati e aggiungendo alla sequenza il valore nell'elemento d'uscita. Procedendo con i passi successivi, gli elementi del registro assumeranno tutte le $2^m - 1$ combinazioni non nulle che sono possibili e corrispondentemente si genererà una sequenza di $2^m - 1$ valori, che si ripeteranno quindi ciclicamente. Caricando inizialmente combinazioni diverse si otterranno sequenze che sono identiche a meno di una traslazione ciclica.

A.3.3 Proprietà delle sequenze MLS

Le sequenze MLS così generate hanno un certo numero di proprietà che permettono di classificarle come sequenze binarie pseudo-casuali (*pseudo-random*). Fra queste proprietà abbiamo:

- Equidistribuzione:** in ogni sequenza compaiono 2^{m-1} valori "1" e $2^{m-1} - 1$ valori "0"; al crescere di m la probabilità dei due valori tende ad eguagliarsi.

Passo	Registro			
0	1	0	0	0
1	0	1	0	0
2	0	0	1	0
3	1	0	0	1
4	1	1	0	0
5	0	1	1	0
6	1	0	1	1
7	0	1	0	1
8	1	0	1	0
9	1	1	0	1
10	1	1	1	0
11	1	1	1	1
12	0	1	1	1
13	0	0	1	1
14	0	0	0	1
15	1	0	0	0
16			

Tabella A.3.3: Generazione di una sequenza MLS di ordine 4 a partire da $\{1,0,0,0\}$. La colonna di destra del registro nel riquadro contiene gli elementi della sequenza, mentre le altre colonne contengono la stessa sequenza traslata ciclicamente.

- b. **Finestratura:** se facciamo scorrere una finestra di ampiezza m lungo la sequenza (per i bordi, si deve considerare la sequenza ripetuta ciclicamente) tutte le $2^m - 1$ combinazioni di m valori binari non identicamente nulli compaiono una sola volta.
- c. **Distribuzione delle sottosequenze:** si può dividere la sequenza in un certo numero di sottosequenze di diversa lunghezza contenenti valori consecutivi uguali (*runs*). Nella sequenza della colonna di destra della tabella A.3.3, ad esempio, abbiamo nell'ordine una sequenza di 3 valori "0", che indichiamo con 3_0 , seguita da $1_1, 2_0, 2_1, 1_0, 1_1, 1_0, 4_1$, per un totale di 8 sottosequenze. In generale, metà delle sottosequenze hanno lunghezza 1, un quarto hanno lunghezza 2, un ottavo ha lunghezza 3 e così via finché la frazione assume valori interi. Quando si hanno più sottosequenze di una stessa lunghezza, metà di esse sono di valori "0" e metà di valori "1".
- d. **Autocorrelazione:** a partire dalla sequenza $\{h\}$ MLS di "0" e "1" possiamo costruire una sequenza

$$\{h'\} : h'_i = (-1)^{h_i} \tag{A.3.1}$$

costituita da valori 1 e -1. Se applichiamo alla sequenza $\{h'\}$ la formula di autocorrelazione (A.2.19) e normalizziamo dividendo per $N = 2^m - 1$ avremo

$$\{\rho\} = \frac{1}{N} \{h'\} \hat{\circ} \{h'\} : \rho_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h'_k h'_{i+k} \tag{A.3.2}$$

Si può dimostrare che per ogni sequenza MLS

$$\rho_i = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 0 \\ -\frac{1}{N} & \text{se } i \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.3.3})$$

L'autocorrelazione della sequenza $\{h'\}$ tende quindi a quella che nel campo discreto si definisce una Delta, a meno di un fondo continuo che decresce al crescere della lunghezza della sequenza.

Bibliografia

- D. S. ATAL, M. R. SCHROEDER, G. M. SESSLER, J. E. WEST, *Evaluation of Acoustics Properties of Enclosures by Means of Digital Computers*, *Journal Acoustical Society of America*, **40(2)**, 1966, 428-433.
- M. BARRON, *Auditorium Acoustics and Architectural Designs*, London, E & FN Spon of Routledge, 1998.
- L. L. BERANEK, *Music, Acoustics & Architecture*, New York – London, John Wiley and Sons, 1962.
- R. N. BRACEWELL, *The Fourier Transform and Its Applications*, New York, McGraw–Hill, 2000.
- J. S. BRADLEY, R. D. REICH, S. G. NORCOSS, *On the Combined Effects of Signal-to-Noise Ratio and Room Acoustics on Speech Intelligibility*, *Journal Acoustical Society of America*, **106(4)**, 1999, 1820-29.
- M. COHN, A. LEMPEL, *On Fast M-Sequence Transforms*, *IEEE Trans. Information Theory*, **IT-23**, 1977, 135-137.
- D. DAVIS, C. DAVIS, *Sound System Engineering – 2nd ed*, Maryland, Butterworth – Heinemann, 1997.
- A. FARINA, *Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique*, *Audio Engineering Society Preprint*, **5093**, 2000.
- D. E. HALL, *Basic Acoustics – 2nd ed*, New York, John Wiley and Sons, 1993.
- L. E. KINSLER, A. R. FREY, A. B. COPPENS, J. V. SANDERS, *Fundamentals of Acoustics – 4th ed*, New York, John Wiley and Sons.
- F. J. MACWILLIAMS, J. A. SLOANE, *Pseudo-Random Sequences and Arrays*, *Proceedings of the IEEE*, **64** n. 12, 1976, 1715-1729.

- S. MÜLLER, P. MASSARANI, *Transfer-Function Measurement with Sweeps*, *Journal of the Audio Engineering Society*, **49** n. 6, 2001, 443-471.
- M. R. SCHROEDER, *New Method of Measuring Reverberation Time*, *Journal Acoustical Society of America*, **37**, 1965, 409-412.
- M. WRIGHT, *Comments on 'Aspects of MLS Measuring Systems'*, *Journal of the Audio Engineering Society*, **43** n. 1, 1995.